

אנליזה נומרית: עבודת בית 3

1. האורך של הקו $y = y(x)$ על הקטע $x \in [a, b]$ ניתן לחשב לפי הנוסחה

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$$

חשבו אורך של הקו $y = x^3$ על הקטע $x \in [0, 1]$ נומרית עם $h = 0.1$:

(א) בעזרת פונקציית MATLAB `int` בצורה סימבולית;

(ב) בשיטת טרפז;

(ג) בשיטת סימפסון;

(ד) חשבו שגיאות על סמך תוצאת סעיף (א).

2. כתבו פונקציית MATLAB שמחשבת את הערך $\Delta = \sqrt{\sum_{i=0}^n (y_i - y^*(x_i))^2}$

כאשר n - מספר נתון; $(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ - נקודות נתונות; $y(x)$ - פונקציה נתונה.

3. פתרו נומרית בעיית קושי

$$y' = (1 + y^2)(1 + x^2), \quad y(0) = 0$$

עם צעד אינטגרציה $h = 0.1$ על הקטע $x \in [0, 1]$:

(א) בשיטת אוילר;

(ב) בשיטת רונגה-קוטה 4.

(ג) שרטטו את השגיאות לשתי שיטות (הפתרון המדויק הוא

$$y^*(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x(x^2 + 3)}{3}\right)$$

(ד) מצאו ערך אופטימלי של $\alpha \in [0.1, 0.5]$ בפתרון על-ידי שיטת רונגה-קוטה 2 ביחס

לערך $\Delta = \sqrt{\sum_{i=0}^{10} (y_i - y^*(x_i))^2}$ המחושב בעזרת פונקציה מסעיף שגיאה

נא לעשות חישובים ידנית בעזרת MATLAB או מחשבון (לא להשתמש בתוכנות פרט לפונקציה מסעיף 2).

בהצלחה!