

סילבוס משוואות דיפרנציאליות חלקיות – 201006

הרצאה 3 ש"ש, תרגול 2 ש"ש

מתמטיקה שימושית תשע"ט

מרצה: פרופ' יניב אלמוג e-mail: yalmog@braude.ac.il, טל. 04-9086444

דרישות קדם: משוואות דיפרנציאליות רגילות, 201005.

תיאור הקורס ומטרותיו: לתאר את המשוואות הדיפרנציאליות החלקיות הקלסיות; להבין מושגים יסודיים כגון קיום, יחידות, תנאי שפה והתחלה, יציבות וחלקות של פתרונות; להבין את המודל המתמטי ולדעת לנתח אותו.

בחינות ומדיניות ציונים:

• עבודה סמינריונית 25%: כל סטודנט יבצע עבודה סמינריונית שתעסוק במודל מתמטי שקשור למשוואות דיפרנציאליות חלקיות. צוות הקורס ינחה את הסטודנטים. העבודות ייצגו לכלל משתתפי הקורס. נושאי העבודות יתפרסמו במהלך הקורס.

• מבחן סופי 75%.

תכנית מפורטת של הקורס

הסילבוס המפורט מהווה תכנית ראשונית של הקורס. במהלך הקורס יתכנו שינויים מסוימים. הסילבוס מורכב משישה חלקים ראשיים.

1. משוואות מסדר ראשון ומיון משוואות מסדר שני (7 ש"ש)

Strauss: 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, פינצ'בר ורבינשטיין 2.1-2.5.

א. משוואת העברה, גל מתקדם, תנאי התחלה, מושג הפתרון.

ב. משוואות לינאריות וקוואזי לינאריות מסדר ראשון, שיטת האופייניים לפתרון בעיות התחלה.

ג. מיון משוואות דיפרנציאליות מסדר שני, שינוי משתנים במשוואה דיפרנציאלית.

2. משוואת הגל החד-ממדית על הישר הממשי (מיתר אינסופי וחצי אינסופי) (7 ש"ש)

Strauss: 1,3, 2.1, 2.2, 3.2, 3.4

א. מיתר נע (מקור המשוואה).

ב. נוסחאות דלאמבר, מיתר משוך, מכת הפטיש, סיבתיות (Causality) ואנרגיה.

ג. משוואה לא הומוגניות, עקרון דואמל (Duhamel's principle), מושג של משוואה דיפרנציאלית "מוגדרת היטב" והוכחה שבעיית התחלה של משוואת הגל מוגדרת היטב.

ד. מיתר חצי אינסופי (2.3 קריאה עצמית).

3. משוואת החום והדיפוסיה החד-ממדית על הישר הממשי (6 ש"ש)

Strauss: 1,3, 2.3, 2.4, 2.5

א. מודל מתמטי של מעבר חום ודיפוסיה.

ב. בעיית התחלה למשוואת החום על הישר הממשי, גרעין גאוס ועקרון דואמל (Duhamel's principle).

ג. השוואה בין משוואות הגל והדיפוסיה (5.2 קריאה עצמית)

ד. שפה פרבולית, עקרון המקסימום למשוואת החום ברצועה, יחידות ויציבות. אי-שוויון אנרגטי.

4. שיטת הפרדת המשתנים (9 ש"ש)

Strauss: 4.1, 4.2, 4.3, 11.4, פינצ'בר ורובנשטיין, פרק 6.

א. רעיון הפרדת המשתנים: משוואות הגל ברצועה עם תנאי דירכלה, משוואת החום ברצועה עם תנאי ניומן.

ב. תנאי שפה רובין: $X'(0) - a_0 X(0) = 0$, $X'(L) + a_L X(L) = 0$. המשמעות הפיסקלית: שינוי הטמפרטורה בשפה פרופורציונלי לטמפרטורה (כלל ניוטן). דיון בערכים עצמיים. ערכים עצמיים חיוביים ניתנים על ידי המשוואה $\tan(\beta L) = \frac{(a_0 + a_L)\beta}{\beta^2 - a_0 a_L}$, לכן תמיד יש אינסוף. ערכים עצמיים שליליים נקבעים על ידי המשוואה

$\tanh(\beta L) = -\frac{(a_0 + a_L)\beta}{\beta^2 - a_0 a_L}$, לכן אין ערכים עצמיים שליליים כאשר $a_0, a_L \geq 0$ ויש לכל היותר שני ערכים עצמיים שליליים במקרים מסוימים.

ג. משוואות הגל והחום ההומוגניות ברצועה, משוואת הגל עם ריסון ומשוואת הטלגרף.

ד. תורת שטורם-ליוביל: קיום ותכונות של פונקציות וערכים עצמיים, תנאי דירכלה, ניומן ורובין ותנאי מספיק לערכים עצמיים אי-שליליים.

ה. משוואת גל והחום הלא הומוגניות, בעיות עם תהודה.

ו. אנרגיה של משוואת הגל והחום, קשר לערכים עצמיים, אסימפטוטיקה של פתרונות של משוואת החום, השוואה בין משוואת הגל והחום.

5. פונקציות הרמוניות ומשוואת פואסון במישור ובמרחב (9 ש"ש)

Strauss: 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 7.1, 7.2, 7.3, 7.4

- א. מקור למשוואת לפלס, בעיית דירכלה וניומן, אינואריאנטיות.
- ב. תכונת הממוצע, פונקציות תת-הרמוניות, הוכחת תכונת הממוצע במישור, עקרון המקסימות החזק ומשפט היחידות.
- ג. פתרון בעיית דירכלה וניומן בעגול וגרעין פואסון. רגולריות של פונקציות הרמוניות. אי-שוויון הרנאק ומשפט ליוביל.
- ד. זהויות גריין במרחב, עקרון האנרגיה פתרון יסודי ופוטנציאל ניוטון, הצגה של פונקציה הרמונית, תכונת הממוצע ועקרון המקסימום, פונקציית גריין וגרעין פואסון של הכדור.

ספרות

ספרות עיקרית:

1. W.A. Strauss, Partial Differential Equations, An Introduction, John Wiley & Sons, Inc. 1992.

ספרות נוספת:

2. F. John, Partial Differential Equations, Forth Edition, Springer-Verlag, 1982.
3. T. Myint-U and L. Debnath Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Fourth Edition, Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2007. (נמצא במהדורה אלקטרונית בספרייה)
4. H. Weinberger, A First Course in Partial Differential Equations, John Wiley & Sons, 1965.

5. יהודה פינצ'בר ויעקוב רובנשטיין, מבוא למשוואות דיפרנציאליות חלקיות, טכניון, תשס"א.

חוברת תרגילים

דפי תרגילים יתפרסמו במהלך הקורס.