אלגברה מודרנית למחצה - 201015
מבחן מועד י', 43 בפברואר 1917 (לפני שנולדתי...)

שאלה 1 (20 נק') יש לסמן את השנה הנוכחית ב 0 ולשים לב שאנו רוצים למצוא פתרון מינימלי למשוואה הדיופנטית $ar = bz$.

שאלה 2 (20 נק')

א. (15 נק') יש להראות קודם שאם k, n זרים אחד לשני אז קיים $t \in \mathbb{N}$ כך ש $kt \equiv 1 \mod n$. יש להראות שאז $a \in \langle a^k \rangle$. אחרון, יש להראות ש $\langle a \rangle \leq \langle a^k \rangle \leq \langle a \rangle$.

ב. (5 נק') יש להראות שאם n ראשוני אז $(k, n) = 1$ לכל $1 \leq k \leq n - 1$ ואז להשתמש בסעיף הקודם.

שאלה 3 (20 נק')

א. (10 נק') ראו מטלה 5 שאלה 1ב'.

ב. (10 נק') ראו מטלה 5 שאלה 1ב' ו 1ג'.

שאלה 4 (10 נק') יש לבדוק סגירות וקיום הופכי לפי ההגדרה של $a^{-1}Ha$.

שאלה 5 (20 נק')

א. (10 נק') יש להשתמש בהגדרה של $\mathrm{stab}_G(\mathbf{x})$.

ב. (10 נק') יש לבדוק סגירות של $\mathrm{fix}_G(A)$ ביחס לחיבור וקטורים וביחס לכפל בסקלר.

שאלה 6 (10 נק')

א. (5 נק') יש לבדוק לפי ההגדרה של תחום שלמות ולשים לב שבשדה יש הופכי של כל איבר לא אפס.

ב. (5 נק') יש למצוא איברים $a+\langle x^2\rangle, b+\langle x^2\rangle \in \mathbb{R}[x]/\langle x^2\rangle$, שניהם שונים מ $0+\langle x^2\rangle$, כך ש $(a+\langle x^2\rangle)\cdot(b+\langle x^2\rangle) = 0+\langle x^2\rangle$. נובע מזה ש $\mathbb{R}[x]/\langle x^2\rangle$ אינו תחום שלמות ואז אפשר להשתמש בסעיף א'.