

אלגברה מודרנית למחצה - 201015

מבחן מועד ל', 32 ביולי 1916
רמזים

שאלה 1 (20 נק')

א. (10 נק') להשתמש במשפט הקטן של פרמה ואז לבדוק את האפשרויות ל x^4 מודולו 5.

ב. (10 נק') יש כמובן את הפתרון הטריויאלי $w = x = y = z = t = 0$. להניח שיש פתרון לא טריויאלי (לפחות אחד) ולהשתמש בעקרון הסדר הטוב ובסעיף הקודם על מנת להגיע לסתירה.

שאלה 2 (10 נק') להשתמש במשפט לגרנז' ובעובדה ש $H \cap K$ תת חבורה של H וגם תת חבורה של K על מנת להראות שהסדר של $H \cap K$ שווה 1 או 3. אחר מכן, להשתמש באפיון של תתי-חבורה של חבורה ציקלית ובעובדה ש $H \cap K$ תת חבורה של H .

שאלה 3 (20 נק')

א. (10 נק') יש לוודא ש H סגורה ביחס להרכבה וש H מכיל את ההופכי של כל איבר.

ב. (10 נק') מספיק למצוא דוגמא של איבר $\sigma \in S_4$ כך ש

$$\sigma^{-1}(1\ 2)(3\ 4)\sigma \notin H.$$

שאלה 4 (20 נק')

א. (10 נק') יש להשתמש בהגדרה של $\text{stab}_H(g)$ ובחוק הצמצום.

ב. (10 נק') יש להשתמש בהגדרה של $\text{orb}_H(g)$.

שאלה 5 (20 נק')

א. (10 נק') יש להשתמש בעובדה ש $\varphi(g^t) = \varphi(g)^t$ לכל $t \in \mathbb{N}$.

ב. (10 נק') ניתן למשל לקחת $G = \{e^{q(2\pi)i} \mid q \in \mathbb{Q}\}$ ולוודא שזו תת חבורה של $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ המתקיימת את התנאים הנ"ל.

שאלה 6 (20 נק')

א. (10 נק') יש להשתמש בהגדרה של אידאל ובעובדה שלכל $a \in F, a \neq 0$ קיים הופכי כפלי.

ב. (10 נק')

יש להשתמש במשפט ההומומורפיזם הראשון עובר חוגים וגם בסעיף הקודם. תזכורת: הגרעין $\ker \varphi$ של ההומומורפיזם הוא תמיד אידאל.