

# מטלה מס' 8 אלגברה מודרנית להגשה: עד יום ג' 22 בינואר

## תזכורת:

עבור חבורה  $G$  היחס שמוגדר על ידי

$$x \sim y \iff (\exists g \in G) : x = gyg^{-1}$$

מהווה יחס שקילות והוא נקרא "יחס צמידות". מחלקות השקילות

$$[y] = \{x \in G \mid x \sim y\}$$

נקראות "מחלקות צמידות".

1. (א) (30 נק') תהי  $G$  חבורה. יהיו  $x, y \in G$  שני איברים צמודים ב  $G$

כך שהסדר של  $x$  סופי. הוכיחו ש  $\text{ord}(y) = \text{ord}(x)$ .

(ב) (10 נק') תהיינה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

מטריצות בחבורה  $(GL_3(\mathbb{R}), \cdot)$ . הוכיחו כי  $A, B$  אינן צמודות.  
**הערה:** אין צורך לחשב פולינומים אופייניים.

2. תהי  $G$  חבורה ותהי  $N$  תת חבורה נורמלית של  $G$ .

(א) (10 נק') הוכיחו שלכל  $y \in N$  מתקיים  $[y] \subseteq N$  כאשר  $[y]$  מסמן את מחלקת הצמידות של  $y$  ב  $G$ .

(ב) (10 נק') הראו ש  $N$  איחוד של כמה מחלקות צמידות.

(ג) (10 נק') הוכיחו שאם  $x, y$  צמודים ב  $G$  אזי  $xN, yN$  צמודים ב  $G/N$ .

3. (30 נק') מצאו את כל תתי החבורות הנורמליות של  $S_4$ , חבורת התמורות של  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

**הערה:** ניתן למצוא את כל מחלקות הצמידות ב  $S_4$  ואז להשתמש בשאלה ב2.

## הוראות:

- יש להגיש את התרגיל **בזוגות**. מותר להגיש לבד.
- חובה לכתוב את מספרי ת.ז. של שני הסטודנטים.
- ניתן לכתוב פתרונות בכל צבע פרט לאדום.
- יש להגיש את העבודה למרצה בקורס (מרק ברמן). ישנן 2 אופציות:
  - להגיש לו ישירות (ידנית)
  - לשים את העבודה בתא דואר שלו (565) שנמצא על יד חדר EM429
- אין להגיש במייל אלקטרוני.
- יש להקפיד על מועד ההגשה. עבודה שמוגשת באיחור ללא סיבה מוצדקת ובלי קבלת אישור מראש לא בהכרח תיבדק.