

מטלה מס' 7 אלגברה מודרנית להגשה: עד יום ג' 15 בינואר

1. (40 נק') תהי G חבורה. נגדיר על G יחס על ידי

$$x \sim y \iff (\exists g \in G) : x = gyg^{-1}.$$

(א) (20 נק') הוכיחו ש \sim מהווה יחס שקילות.

(ב) (20 נק') נגדיר את המרכז של G על ידי

$$Z(G) = \{g \in G \mid gy = yg, \forall y \in G\}$$

הראו שעבור כל $z \in Z(G)$, מחלקת השקילות של z היא נתונה על ידי $[z] = \{z\}$.

2. (60 נק') תהי $G = GL_n(\mathbb{R})$ חבורת המטריצות ההפיכות מסדר $n \times n$ עם פעולת כפל. תהי תתי חבורה

$$J = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}, \quad SL_n(\mathbb{R}) = \{A \in GL_n(\mathbb{R}) \mid \det A = 1\}$$

(א) (20 נק') הוכיחו ש J נורמלית ב $GL_n(\mathbb{R})$.

(ב) (20 נק') הוכיחו ש $SL_n(\mathbb{R})$ נורמלית ב $GL_n(\mathbb{R})$.

(ג) (20 נק') הוכיחו ש $J \cdot SL_n(\mathbb{R})$ תת חבורה של $GL_n(\mathbb{R})$ וודאו שהיא נורמלית. כאן $J \cdot SL_n(\mathbb{R})$ מסמן את הכפלת הקבוצות.

הוראות:

- יש להגיש את התרגיל **בזוגות**. מותר להגיש לבד.
- חובה לכתוב את מספרי ת.ז. של שני הסטודנטים.
- ניתן לכתוב פתרונות בכל צבע פרט לאדום.
- יש להגיש את העבודה למרצה בקורס (מרק ברמן). ישנן 2 אופציות:
 - להגיש לו ישירות (ידנית)
 - לשים את העבודה בתא דואר שלו (565) שנמצא על יד חדר EM429
- אין** להגיש במייל אלקטרוני.
- יש להקפיד על מועד ההגשה. עבודה שמוגשת באיחור ללא סיבה מוצדקת ובלי קבלת אישור מראש לא בהכרח תיבדק.