

משוואות דיפרנציאליות חלקיות – 201006

מבחן אמצע תש"ע – 17.5.09

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

מספר סטודנט:

הוראות לנבחן:

- כתוב מספר זהות
- משך הבחינה שעתיים (120 דקות).
- אין להשתמש בחומרי עזר.
- יש לכתוב את התשובות בגוף השאלון במקום המיועד לכך. המחברות משמשות כטיוטה בלבד לא תיבדקנה.
- נא לכתוב בעט ולא בעפרון.
- בבחינה יש 4 שאלות (פותחות) שעליהן יש להשיב תשובות מלאות ומנומקות היטב. תשובה ללא נימוק לא תזכה בניקוד או שתקבל ניקוד חלקי בלבד.

בהצלחה!

לשימוש הבודקים

סה"כ	4	3	2	1

השאלון

שאלה 1 (20 נק') פתור בעיית התחלה

$$\begin{cases} 3u_x + u_y = \cos(x + y) \\ u(x, 0) = e^x \end{cases}$$

תשובה:

שאלה 2 (20 נק') מצא פתרון כללי של המשוואה

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$$

רמז: שם לב ש $x^2 - 4xy + 3y^2 = (x - y)(x - 3y)$ ובצע שינוי משתנים בהתאמה.

תשובה:

שאלה 3 (30 נק') יהי u פתרון של המשוואה

$$u_{tt} - 4u_{xx} = 0,$$

עם תנאי ההתחלה

$$u_t(x, 0) = \begin{cases} 4, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 1 - x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

א. (15 נק') חשב $\max_{\{t \geq 0\}} u(9, t)$.

ב. (15 נק') חשב

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (u_t^2(x, 9) + 4u_x^2(x, 9)) dx$$

תשובה:

שאלה 4 (30 נק')

א. (15 נק') הראה שלכל $s > 0$ פתרון של בעיית התחלה

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & \text{in } \mathbb{R} \times (0, \infty) \\ u(x, s) = f(x) \\ u_t(x, s) = g(x) \end{cases}, \quad \text{in } \mathbb{R}$$

ניתן על ידי

$$u(x, t) = \frac{f(x - (t - s)) + f(x + (t - s))}{2} + \frac{1}{2} \int_{x-(t-s)}^{x+(t-s)} g(\tau) d\tau$$

ב. (15 נק') הראה שהפתרון של בעיית התחלה

$$, \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = P(x, t), & \text{in } \mathbb{R} \times (0, \infty) \\ u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}, \quad \text{in } \mathbb{R}$$

ניתן על ידי

$$(1) \quad , u(x, t) = \int_0^t w(x, t, s) ds$$

כאשר $w(x, t, s)$ מקיימת את המשוואה $w_{tt} - w_{xx} = 0$ ובזמן $t = s$ $w(x, s, s) = 0$ ו $w_t(x, s, s) = P(x, s)$.

תשובה:

המשך התשובה: